Stochastische Unabhängigkeit

groolfs.de

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

- a) unter 16 Jahren,
- b) männlichen Geschlechts,
- c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

- a) unter 16 Jahren,
- b) männlichen Geschlechts,
- c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

a) unter 16 Jahren,

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33.3\%$$

- b) männlichen Geschlechts,
- c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

a) unter 16 Jahren,

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33.3\%$$

- b) männlichen Geschlechts,
- c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

a) unter 16 Jahren,

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33.3\%$$

- b) männlichen Geschlechts,
- c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33,3\%$$

$$\frac{6}{24}$$
 = $\frac{1}{4}$ = 25,0%

c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33,3\%$$

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 25,0\%$$

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

a) unter 16 Jahren,
$$\frac{3}{24} = \frac{3}{24}$$

$$\frac{6}{24} = \frac{3}{4} = 25,0\%$$

c) unter 16 Jahren und weiblich,

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

Eine Person wird zufällig ausgewählt. Ermittle die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

Die Person ist

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 33,3\%$$

$$\frac{6}{24} = \frac{3}{4} = 25,0\%$$

$$\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 25.0\%$$

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

- d) weiblich oder jünger als 16 Jahre,
- e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
- f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
- g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

- d) weiblich oder jünger als 16 Jahre,
- e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
- f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
- g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

$$\frac{18+2}{24} = \frac{5}{6} = 83.3\%$$

- e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
- f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
- g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

d) weiblich oder jünger als 16 Jahre,

$$\frac{18+2}{24} = \frac{5}{6} = 83.3\%$$

- e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
- f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
- g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

d) weiblich oder jünger als 16 Jahre,

$$\frac{18+2}{24} = \frac{5}{6} = 83.3\%$$

- e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
- f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
- g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

$$\begin{array}{rcl}
\frac{18+2}{24} & = & \frac{5}{6} & = & 83,3\% \\
\frac{2}{8} & = & \frac{1}{4} & = & 25,0\%
\end{array}$$

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

$$\frac{18+2}{24} = \frac{5}{6} = 83,3\%$$

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25,0\%$$

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

d) weiblich oder jünger als 16 Jahre,
$$\frac{10+2}{24} = \frac{3}{6} = 83,3\%$$
e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25,0\%$$
f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
$$\frac{6}{9} = \frac{3}{4} = 75,0\%$$

g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?



	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

d) weiblich oder jünger als 16 Jahre,
$$\frac{18+2}{24} = \frac{3}{6} = 83,3$$
e) männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,
$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25,0$$

f) weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,
$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 75,0\%$$

g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?



	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

d)	weiblich oder jünger als 16 Jahre,	$\frac{18+2}{24}$	=	<u>5</u>	=	83,3%
e)	männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,	<u>2</u> 8	=	$\frac{1}{4}$	=	25,0%
f)	weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,	<u>6</u> 8	=	<u>3</u> 4	=	75,0%

g) weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?

	< 16 Jahre	\geq 16 Jahre	Summe
weiblich	6	12	18
männlich	2	4	6
Summe	8	16	24

d)	weiblich oder jünger als 16 Jahre,	$\frac{18+2}{24}$	=	<u>5</u> 6	=	83,3%
e)	männlich, wenn sie unter 16 Jahre alt ist,	<u>2</u> 8	=	$\frac{1}{4}$	=	25,0%
f)	weiblich, wenn sie unter 16 Jahren alt ist,	<u>6</u> 8	=	<u>3</u> 4	=	75,0%
g)	weiblich, wenn sie mindestens 16 Jahre alt ist?	$\frac{12}{16}$	=	<u>3</u> 4	=	75,0%

	Α	Ā	Summe	
В	а	Ь	a+b	1
\overline{B}	С	d	c + d	
Summe	a+c	b+d	s = a + b +	c+d

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
\overline{B}	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + d

Wir bezeichnen mit $P(A \mid B)$ die Wahrscheinlichkeit von A unter der Annahme,

	Α	Ā	Summe	
В	а	Ь	a+b	
B	С	d	c + d	
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c +	d

Wir bezeichnen mit $P(A \mid B)$ die Wahrscheinlichkeit von A unter der Annahme, dass B eingetroffen ist (bedingte Wahrscheinlichkeit),

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
B	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + c

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
B	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + d

Beispiele:
$$P(A \mid B) =$$

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
B	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + c

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
,

	Α	\overline{A}	Summe
В	а	b	a+b
B	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + d

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) =$

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
\overline{B}	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + d

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) = \frac{b}{b+d}$

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
\overline{B}	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + c

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) = \frac{b}{b+d}$

A ist von B unabhängig, falls gilt:

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
\overline{B}	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + d

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) = \frac{b}{b+d}$

A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B})$$

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
\overline{B}	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c + d

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) = \frac{b}{b+d}$

A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B})$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$
mit $(a+b)(c+d)$ multiplizieren und vereinfachen

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a + b
B	С	d	c+d
Summe	a + c	b+d	s = a + b + c +

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) = \frac{b}{b+d}$

A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B})$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$
mit $(a+b)(c+d)$ multiplizieren und vereinfachen

d

	Α	Ā	Summe
В	а	Ь	a+b
\overline{B}	С	d	c+d
Summe	a+c	b+d	s = a + b + c +

Beispiele:
$$P(A \mid B) = \frac{a}{a+b}$$
, $P(B \mid \overline{A}) = \frac{b}{b+d}$

A ist von B unabhängig, falls gilt:

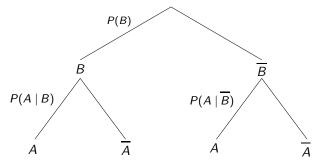
$$P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B})$$

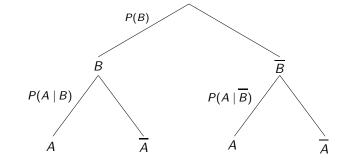
$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$ad = bc$$
mit $(a+b)(c+d)$ multiplizieren und vereinfachen

Wenn A von B unabhängig ist, dann ist auch B von A unabhängig (Ansatz führt auch auf ad = bc).

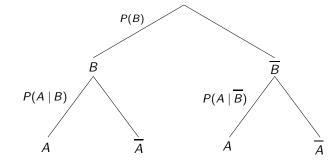
In einem Pfaddiagramm ist die Unabhängigkeit von A und B an gleichen Teilbäumen zu erkennen.





 ${\it A}$ ist von ${\it B}$ unabhängig, falls gilt:

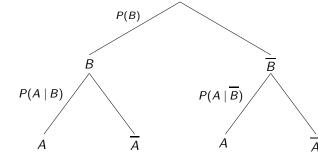
$$P(A \mid B) = P(A)$$



A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

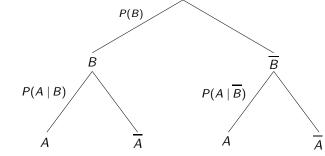


A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

mit (a+b)s multiplizieren und vereinfachen,

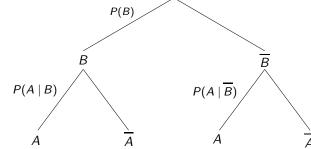


A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

mit (a + b)s multiplizieren und vereinfachen, s = a + b + c + d



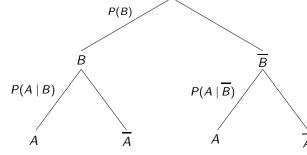
A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

$$ad = bc$$

mit (a+b)s multiplizieren und vereinfachen, s=a+b+c+d



A ist von B unabhängig, falls gilt:

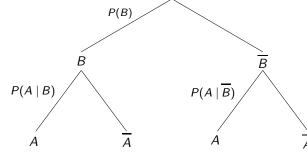
$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

$$ad = bc$$

mit
$$(a+b)s$$
 multiplizieren und vereinfachen, $s=a+b+c+d$

Aus
$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B)$$
 folgt $P(A \mid B) =$



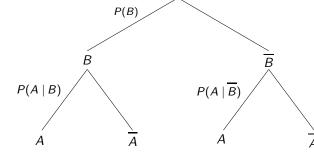
A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

$$ad = bc$$

Aus
$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B)$$
 folgt $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$



A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

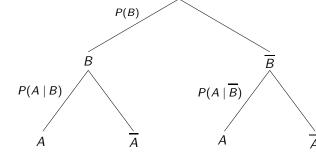
$$ad = bc$$

mit
$$(a+b)s$$
 multiplizieren und vereinfachen,
 $s=a+b+c+d$

Aus
$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B)$$
 folgt $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

A und B sind unabhängig, falls $P(A \mid B) = P(A)$ ist,

d.h. wenn gilt: $P(A \cap B) =$



A ist von B unabhängig, falls gilt:

$$P(A \mid B) = P(A)$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{a+c}{s}$$

$$ad = bc$$

mit (a+b)s multiplizieren und vereinfachen, s=a+b+c+d

Aus
$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B)$$
 folgt $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

A und B sind unabhängig, falls $P(A \mid B) = P(A)$ ist,

d.h. wenn gilt: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

 $P(A \cap B) =$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

2maliges Werfen eines Würfels

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

A =

B =

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

A ="Im 1. Wurf eine 6."

B =

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

A = "Im 1. Wurf eine 6."

B = "Im 2. Wurf eine 6."