St.Gallische Kantonsschulen
Gymnasium

Aufnahmeprüfung 2010

Mathematik 2

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern. Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Aufgabe 1

Berechne den Term und runde das Ergebnis auf 2 Stellen nach dem Dezimalpunkt.

$$\sqrt{\frac{7(54.2-17.85)}{8:37.09^2}} \approx \underline{\underline{209.18}}$$

(209.1768...) (nicht gerundet (-1P.))

2 Punkte

Aufgabe 2

Der Preis eines Autos wurde zunächst um 15 % erhöht, und danach um 20 % reduziert. Jetzt kostet das Auto noch Fr. 17'500.
Wie viel kostete das Auto vor der Preiserhöhung? Gib den Preis auf 100 Franken genau an.

vor der Reduktion: Fr. 17'500 $\longrightarrow$ 80%, x_1 $\longrightarrow$ 100%

$$x_1 = \frac{\text{Fr. } 17'500 \cdot 100}{80} = \underline{\text{Fr. } 21'875} \quad (1P.)$$

vor der Preiserhöhung: Fr. 21'875 $\longrightarrow$ 115%, x_2 $\longrightarrow$ 100%

$$x_2 = \frac{\text{Fr. } 21'875 \cdot 100}{115}$$

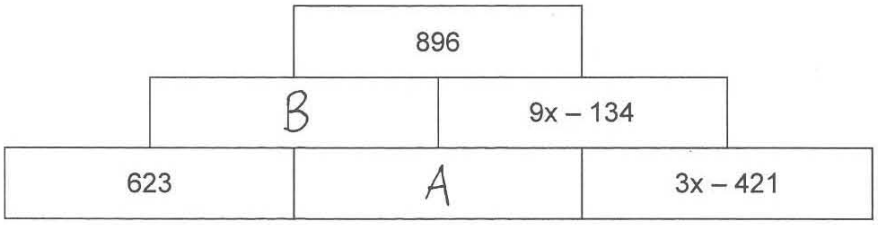
$$= \text{Fr. } 19'021.74... \quad (1P.)$$

$$\underline{\underline{\approx \text{Fr. } 19'000}} \quad (1P.)$$

3 Punkte

Aufgabe 3

In dieser Zahlenmauer ergibt die Summe zweier benachbarter Terme den darüber liegenden Term. Berechne x.



$A: \quad (9x-134)-(3x-421) = \underline{6x+287}$ (1P.)

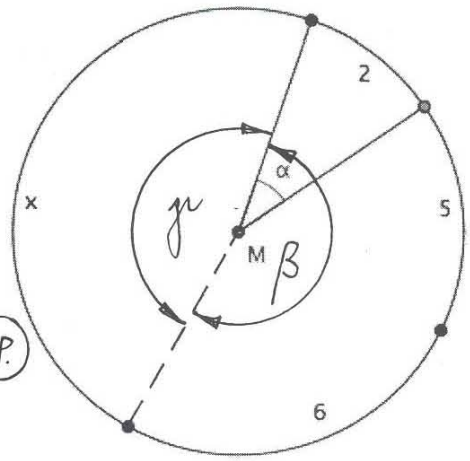
$B: \quad 623+(6x+287) = \underline{6x+910}$ (1P.)

$$x: \quad (6x+910)+(9x-134) = 896 \quad | \; TU$$
$$15x+776 = 896 \quad | \; -776$$
$$15x = 120 \quad | \; :15$$
$$\underline{\underline{x = 8}}$$ (1P.)

3 Punkte

Aufgabe 4

Eine Kreislinie wurde in vier Bogen geteilt, welche die Längen 2, 5, 6 und x haben. Der Winkel α gehört zum Bogen der Länge 2.



a) Wie gross ist α, wenn x = 7 ist?

$\underbrace{7+6+5+2}$

$20 \longrightarrow 360°$

$2 \longrightarrow x = \frac{360° \cdot 2}{20} = \underline{\underline{36°}}$ (1P.)

b) Wie lang ist x, wenn α = 30° misst?

$2 \longrightarrow 30°$

$13 \longrightarrow \beta = \frac{30° \cdot 13}{2} = \underline{195°}$ (1P.)

$\gamma = 360° - 195° = \underline{165°}$

$2 \longrightarrow 30°$

$x \longrightarrow 165°$ $\quad x = \frac{2 \cdot 165°}{30°} = \underline{\underline{11}}$ (1P.)

3 Punkte

Aufgabe 5

Wie schwer ist ein Blatt Papier vom Format A4 (210 mm x 297 mm), das aus einem grösseren Blatt mit einem Papiergewicht von 80 g/m² geschnitten wird? Runde auf mg.

Fläche A4 : 210 mm · 297 mm = 62'370 mm² (1P.)

Papiergewicht		Flächeninhalt
80 g	→	1 m²
= 80'000 mg		= 1'000'000 mm²

$$x = \frac{80'000\,mg \cdot 62'370}{1'000'000} = 4'989{,}6\ mg \quad (1P.)$$

$$\approx 4'990\ mg / 4{,}99\ g \quad (1P.)$$

3 Punkte

Aufgabe 6

Von Karl Friedrich Gauss (1777 – 1855) – einem der grössten Mathematiker aller Zeiten – wird erzählt, dass er bereits als Schulkind die Idee hatte, die Zahlen von 1 bis 60 auf folgende Art und Weise zu addieren.

Hier seine Lösungsidee:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \ldots + 58 + 59 + 60 &= (1 + 60) + (2 + 59) + (3 + 58) + \ldots + (30 + 31) \\ &= 61 + 61 + 61 + \ldots + 61 \\ &= 30 \cdot 61 \\ &= \underline{\underline{1'830}} \end{aligned}$$

a) Berechne entsprechend: 1 + 2 + 3 + ... + 250.

$$\underbrace{(1+250)}_{} + \underbrace{(2+249)}_{} + \underbrace{(3+248)}_{} + \ldots + \underbrace{(125+126)}_{}$$

$$= 251 + 251 + 251 + \ldots + 251$$

$$= 125 \cdot 251 = \underline{\underline{31'375}}$$

(1P.) (1P.) (Wenn Ergebnis falsch (-1P.))

b) Berechne entsprechend: 101 + 102 + 103 + ... + 350.

$$\underbrace{(101+350)}_{} + \underbrace{(102+349)}_{} + \underbrace{(103+348)}_{} + \ldots + \underbrace{(225+226)}_{}$$

(1P.) (1P.) vgl. a)

$$= 451 + 451 + 451 + \ldots + 451 = 125 \cdot 451 = \underline{\underline{56'375}}$$

oder

$$(1+2+3+\ldots+350) - (1+2+3+\ldots+100)$$

$$= 175 \cdot 351 - 50 \cdot 101 = \underline{\underline{56'375}}$$

(2P.) (wenn nur Lösungsidee ersichtlich (1P.))

oder

$$(100+1) + (100+2) + (100+3) + \ldots + (100+250)$$

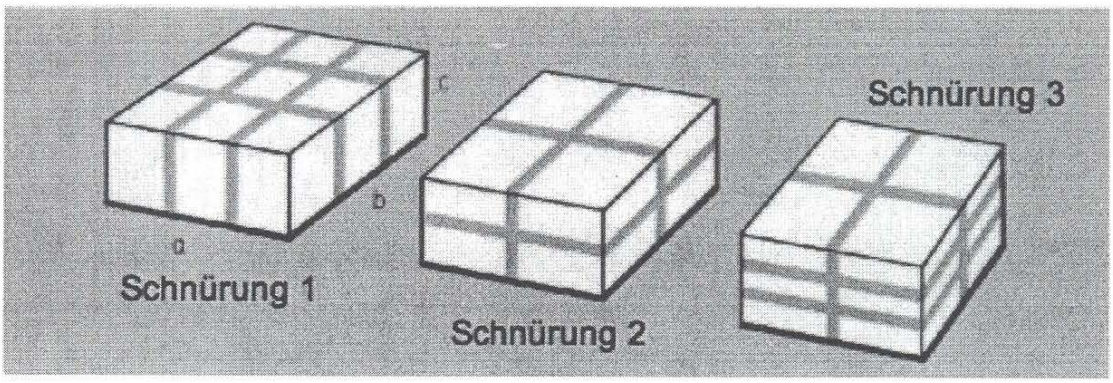
$$= 250 \cdot 100 + \underbrace{(1+2+3+\ldots+250)}_{\text{Ergebnis von a)}} = \underline{\underline{56'375}}$$

(2P.)

4 Punkte

Aufgabe 7

Ein Paket wird auf 3 verschiedene Arten geschnürt:



a) Bestimme mit Hilfe von a, b und c je einen möglichst einfachen Term für die Schnurlänge jeder Paketschnürung.

Term für Schnürung 1	Term für Schnürung 2	Term für Schnürung 3
$4a + 4b + 8c$	$4a + 4b + 4c$	$6a + 6b + 4c$
1P.	1P.	1P.

b) Bestimme die Länge der Schnürung 3, wenn a = 32.4 cm, b = 22.9 cm und c = 9.8 cm messen und für die gesamte Verknotung zusätzlich 12 cm Schnur benötigt werden.

$6a + 6b + 4c + \text{Verknotung}$

$= 6 \cdot 32.4\,cm + 6 \cdot 22.9\,cm + 4 \cdot 9.8\,cm + 12\,cm$

$= \underline{\underline{383\,cm}}$ 1P.

(fehlende Masseinheit $-\frac{1}{2}$P.)

c) Welches Paket braucht am meisten Schnur, wenn a = b = 2c gilt?

Schnürung 1: $4a + 4b + 8c = 8c + 8c + 8c = \underline{24c}$ $\frac{1}{2}$P.

Schnürung 2: $4a + 4b + 4c = 8c + 8c + 4c = \underline{20c}$

Schnürung 3: $6a + 6b + 4c = 12c + 12c + 4c = \underline{28c}$ $\frac{1}{2}$P.

d.h. Schnürung 3 2P.

(wenn Lösungsweg nicht ersichtlich -1P.)

6 Punkte

Aufgabe 8

Das Kleingeld einer Parkuhr, die nur 50-Rappen-Stücke und Einfränkler akzeptiert, wird automatisch abgezählt. Der Zähler der Sortiermaschine ermittelt 687 Münzen mit einem Gesamtwert von 429 Fr.

Wie viele Geldstücke jeder Sorte waren eingeworfen worden?

	Anzahl	Wert in Fr.	
50 Rp. - Stücke :	x	$0{,}5x$	429 Fr.
Einfränkler :	$687-x$	$687-x$	

$\Longrightarrow \quad 0.5x + 687 - x = 429$ (1P.)

$\vdots$

$\underline{x = 516}$ (1P.) d.h. 516 50Rp.-Stücke & (1P.)
171 Einfränkler

oder

$(687 - 429) : 0.5 = \underline{516}$ (50Rp.-Stücke) (2P.)

$(429 \cdot 2 - 687) : 1 = \underline{171}$ (Einfränkler) (2P.)

3 Punkte

Aufgabe 9

Herr Müller fährt jeden Tag mit dem Auto zu seinem Arbeitsplatz, der 30 km entfernt ist. Normalerweise braucht er 36 min. Eines Morgens hat er verschlafen und er fährt deshalb 10 min später ab.
Um wie viele km/h müsste er seine durchschnittliche Geschwindigkeit erhöhen, damit er trotzdem noch rechtzeitig zur Arbeit käme?

Geschwindigkeit normal

$30\,km \longrightarrow 36\,min$

$x_1 \longrightarrow 60\,min$

$x_1 = \frac{30\,km \cdot 60}{36} = 50\,km$, $\underline{\text{d.h. } 50\,km/h}$ (1P.)

Geschwindigkeit bei Verspätung

$30\,km \longrightarrow 26\,min$

$x_2 \longrightarrow 60\,min$

$x_2 = \frac{30\,km \cdot 60}{26} = 69.23...\,km$, $\underline{\text{d.h. } 69.23...\,km/h}$ (1P.)

Geschwindigkeitserhöhung

$69.23...\,km/h - 50\,km/h = \underline{\underline{19.23...\,km/h}}$ (1P.)

(→ gerundete Ergebnisse von 19 km/h bis 20 km/h akzeptieren)

3 Punkte

Aufgabe 10

Ein Wasserreservoir, das 48 m^3 fasst, ist mit einer Zufluss- und einer Abflussleitung versehen. In 4 min werden 600 Liter Wasser zugeleitet und in 12 s werden 45 Liter Wasser abgeleitet.

a) Wie viele Liter Wasser fliessen pro Minute zu und wie viele Liter Wasser fliessen pro Minute ab?

Zufluss pro min : 600 ℓ : 4 = 150 ℓ (½ P.)

Abfluss pro min : 45 ℓ · 5 = 225 ℓ (½ P.)

b) Das Reservoir sei voll. Nun wird bei geschlossener Zuflussleitung die Abflussleitung geöffnet. Wie viele Liter enthält das Reservoir nach 45 min?

Abfluss in 45 min : 45 · 225 ℓ = 10'125 ℓ (1 P.)

Inhalt nach 45 min : $\underbrace{\overset{48m^3}{48'000\,\ell}}_{(\frac{1}{2}\text{ P.})}$ − 10'125 ℓ = 37'875 ℓ (1 P.)

c) Das Reservoir sei zu drei Fünftel gefüllt. Nun werden gleichzeitig Zufluss- und Abflussleitung geöffnet. Wie lange (h, min) dauert es, bis das Reservoir leer ist?

Reservoir-Inhalt : $\frac{3}{5}$ von 48'000 ℓ = 28'800 ℓ (1 P.)

Abfluss pro min, wenn beide Leitungen offen sind: 225 ℓ/min − 150 ℓ/min = 75 ℓ/min (1 P.)

Zeit, bis das Reservoir leer ist: 28'800 ℓ : 75 ℓ/min = 384 min (½ P.)
= 6 h 24 min (½ P.)

(→ Richtige Überlegung aus Folgefehlern (1 P.))

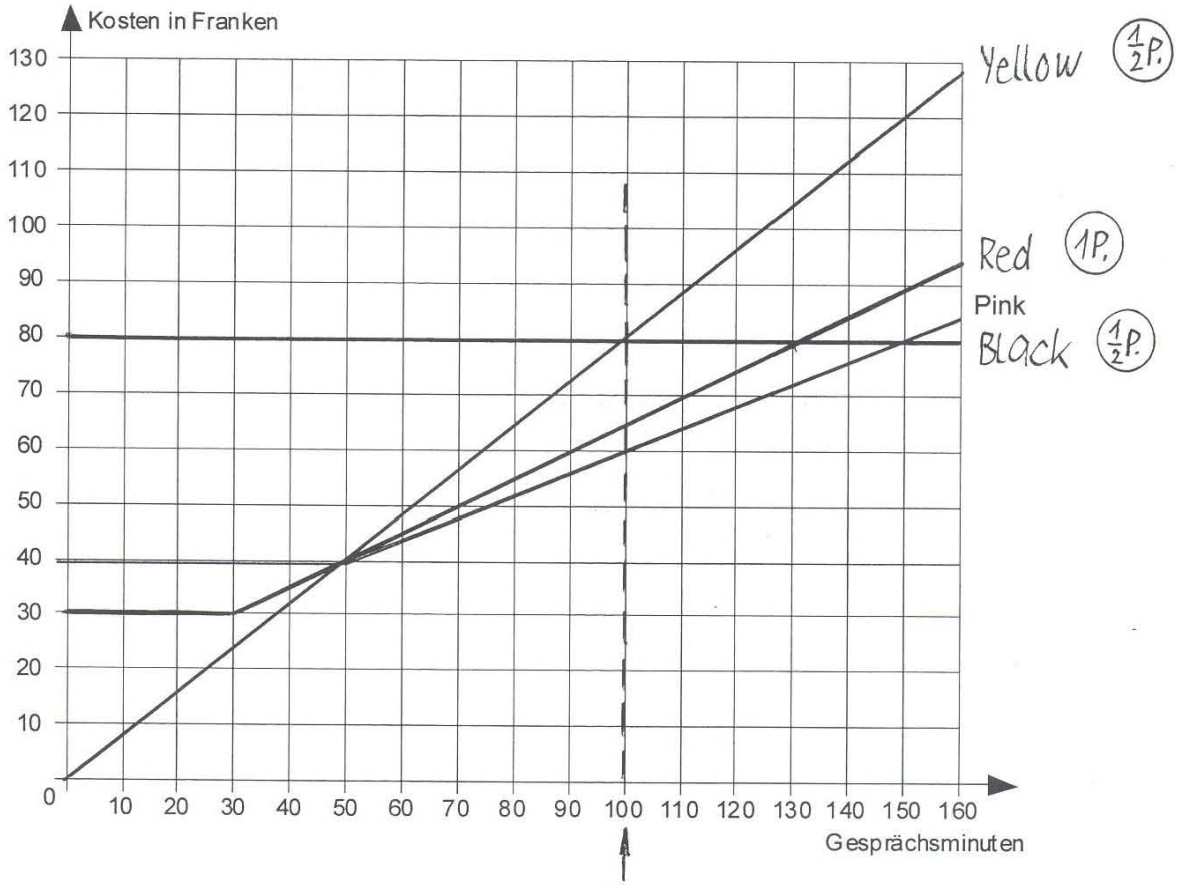
6 Punkte

Aufgabe 11

Herr Muster lässt sich von der Telekommunikationsfirma „Mandarin" für seine Tochter Petra folgende Gesprächsangebote offerieren:

Angebot		Pink	Red	Black	Yellow
Grundgebühr	(½P.)	Fr. 40.-	Fr. 30.-	Fr. 80.-	Keine
Gratis Gesprächsminuten	(½P.)	50	30	Unlimited	Keine
Kosten für zusätzliche Gesprächsminuten	(1P.)	40 Rp./min	50 Rp./min	Keine	80 Rp./min

a) In der folgenden Grafik ist das Angebot „Pink" dargestellt. Bestimme die Grundgebühr, die Gratis Gesprächsminuten und die Kosten je zusätzliche Gesprächsminute und trage sie in der Tabelle ein.



b) Stelle die Angebote „Yellow", „Red" und „Black" entsprechend „Pink" grafisch dar.

c) In den letzten Monaten hat Petra pro Monat während ca. 100 min telefoniert. Welches Angebot ist für dieses Gesprächsverhalten am günstigsten?

Angebot „Pink" (1P.)

5 Punkte