Kanton St. Gallen
Bildungsdepartement

Gymnasium
Aufnahmeprüfung 2019

Mathematik 2

(mit Taschenrechner)

Dauer: 90 Minuten

Kandidatennummer: _____

Geburtsdatum:

Korrigiert von: _____

Punktzahl / Note:

Lösungen

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Mögliche Punkte	4	3	5	3	4	6	4	8	5	4	46
Erreichte Punkte											

Erreichte Punktzahl: _____

Schlussnote: _____

Material: **Taschenrechner (ohne Gleichungslöser), Tintenschreiber, Bleistift und Radiergummi, Geodreieck**

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern.
Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Korrekturanleitung

Die Korrekturanleitung legt die Verteilung der Punkte auf die einzelnen Aufgaben oder Aufgabenteile fest. Diese dient als Richtlinie bei der Bewertung von unvollständig oder teilweise falsch gelösten Aufgaben. Ist eine Aufgabe klar und richtig gelöst, so ist die entsprechende Punktzahl unabhängig vom eingeschlagenen Weg zu erteilen.

Einige Hinweise:

- Fehlen die Lösungswege oder sind diese unklar, so sind angemessene Abzüge zu machen. Ausnahmen sind angegeben.
- Auch bei mangelhafter Darstellung soll ein angemessener Abzug gemacht werden.
- Wo nichts anderes angegeben ist, wird als Richtwert pro Fehler 1 Punkt abgezogen. Dies gilt insbesondere für Rechenfehler wie auch für Abschreibfehler. Für kleinere Versehen wird ½ Punkt abgezogen.
- Fehlerfortpflanzungen führen nur dann zu weiteren Abzügen, wenn sich dadurch die Aufgabe wesentlich vereinfacht oder wenn ein unsinniges Ergebnis entsteht.
- Überlegungsfehler und grobe Mathematikfehler rechtfertigen auch höhere Abzüge bis zum Totalabzug.
- Dasselbe gilt für falsch aufgestellte Gleichungen. Das Lösen solcher Gleichungen gibt nicht in jedem Fall Anrecht auf Punkte.

Die Anwendung dieser Richtlinien liegt im Ermessen der Korrigierenden. In Zweifelsfällen ist eine abteilungs- oder schulinterne Absprache angezeigt.

Löse die Aufgaben auf diesen Blättern.
Der Lösungsweg muss aus der Darstellung klar ersichtlich sein.

Aufgabe 1

Gegeben ist der Term:

$$T = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a - b} - b$$

Berechne den Wert für

a) a = 5, b = 3

T = **-1**

2 P, keine Teilpunkte

b) a = 1,1; b = -0,9 (Runde auf zwei Stellen nach dem Komma.)

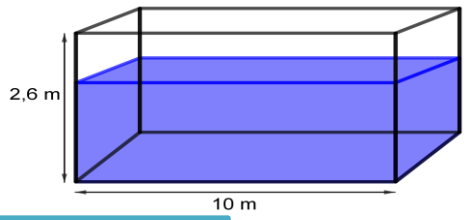
T = 1,216…≈ **1,22**

2 P, ½ P Abzug für falsche Rundung

4 Punkte

Aufgabe 2

Ein quaderförmiger Swimmingpool ist 10 m lang und 2,6 m tief.
Er ist zu $\frac{3}{4}$ mit Wasser gefüllt, sodass sich 1170 hl Wasser im Pool befinden. Berechne die Breite des Pools.



Die Seitenfläche des Pools beträgt 10 m · 2,6 m = 26 m^2. (½ P)

Der Pool enthält $\frac{1170\text{ hl}}{3} \cdot 4$ = 1560 hl Wasser. (1 P)

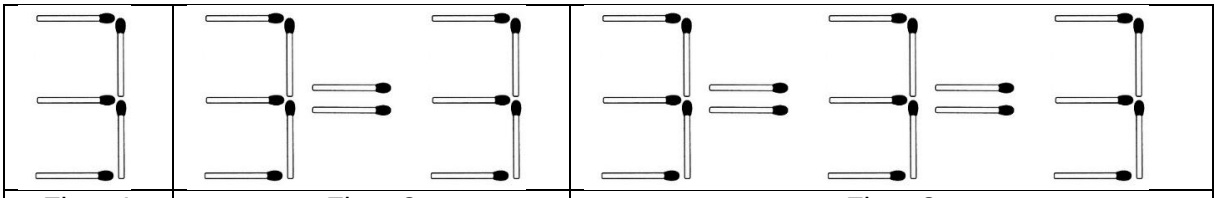
1560 hl = 156000 l = 156000 dm^3 = 156 m^3 (1 P)

Die Breite des Pools beträgt $\frac{156\text{ m}^3}{26\text{ m}^2} =$ **6 m** (½ P)

3 Punkte

Aufgabe 3

Aus Zündhölzchen werden Figuren gelegt.



Figur 1	Figur 2	Figur 3

a) Bestimme die Anzahl Zündhölzchen in jeder Figur, sowie für die Figuren 4, 10 und 20. Notiere in der letzten Spalte einen möglichst einfachen Term für die Folge.

	Wertetabelle							Term
	Figur 1	Figur 2	Figur 3	Figur 4		Figur 10	Figur 20	Figur x
Anzahl Hölzchen	**5**	**12**	**19**	**26**	...	**68**	**138**	**7x – 2**
	½ P			½ P		½ P	½ P	1 P

b) Entscheide, ob die folgenden Behauptungen zur oben abgebildeten Figurenfolge richtig sind.

	ja	nein	
Es gibt eine Figur zu dieser Folge mit 8301 Hölzchen.	☐	**X**	½ P
Es gibt eine Figur zu dieser Folge mit 1755 Hölzchen.	**X**	☐	½ P
Auch der Term $\frac{14x + 6}{2} - 5$ beschreibt diese Folge.	**X**	☐	1 P

5 Punkte

Aufgabe 4

Nach einem Openair-Konzert würden 21 Personen für die Aufräumarbeiten 4,5 Stunden benötigen. Wie viele Personen müssten zusätzlich helfen, damit die Arbeit eine Stunde früher beendet werden könnte?

Eine Person alleine würde 21 · 4,5 = 94,5 Stunden benötigen.

Damit die Arbeit nur 3.5 Stunden dauert, braucht es $\frac{94,5}{3,5}$ = 27 Personen.

Es müssen also **6 Personen** zusätzlich helfen.

1 P pro Zeile

3 Punkte

Aufgabe 5

Hendrik sammelt 5-Rappen- und 50-Rappen-Münzen. Er hat nun 110 Münzen.

a) Fülle die Tabelle aus:

	Anzahl	Wert in **Franken** oder *Rappen*
5-Rappen-Münzen	x	**0.05 · x** oder *5x* **½ P**
50-Rappen-Münzen	**110 – x** ½ P	**0.5 · (110 – x)** **1 P** oder *50 ·(110 – x)*

b) Der Gesamtwert seiner Münzen beträgt CHF 26.20. Bestimme die Anzahl Münzen von jeder Sorte.

$$0.05 \cdot x + 0.5 \cdot (110 - x) = 26.20$$

$$0.05\,x + 55 - 0.5\,x = 26.20$$

$$-0.45\,x = -28.80$$

$$x = 64$$

pro Zeile ½ P, Total 2 P

4 Punkte

Antwort: **64** 5-Rappen-Münzen und **46** 50-Rappen-Münzen. ½ P

Aufgabe 6

Magermilch, Vollmilch und Vollrahm haben ungefähr folgende Fettgehalte:

	Fettgehalt
Magermilch	0.5 %
Vollmilch	3,5 %
Vollrahm	35 %

Das heisst zum Beispiel: 1 Liter Vollrahm enthält 350 ml Fett und 650 ml Restflüssigkeit.

a) 1 Liter Magermilch wird mit 1 Liter Vollmilch vermischt. Welchen Fettgehalt (in %) wird die Mischung haben?

Idee: Addiere die Fettmengen, dividiere durch die Gesamtmenge von 2 Litern

$$\frac{0.005 + 0.035}{2} = 0.02$$

→ Der Fettgehalt beträgt nun **2 %** (1P)

b) 1 Liter Vollrahm wird mit 6 Liter (fettfreiem!) Wasser vermischt. Welchen Fettgehalt (in %) wird die Mischung haben?

Idee: Wasser hat kein Fett. Die Gesamtmenge wird aber vergrössert:

$$\frac{0.35}{1 + 6} = 0.05$$

→ Der Fettgehalt beträgt nun **5 %** (2P, 1P Abzug pro Fehler)

c) Emily hat 2 Liter Vollrahm. Sie möchte es mit so viel Wasser verdünnen, bis sie den Fettgehalt von Vollmilch bekommt. Berechne, wie viel Liter Wasser sie dazu braucht.

	Menge (in ℓ)	Fettgehalt (in %)	Fettmenge (in ℓ)
Vollrahm	2	35 %	**0.7** **(½ P)**
Wasser	Variante 1: **x** **(0 P)**	0 %	0
	Variante 2: **18** **(1 P)**		
Mischung	Variante 1: **2+x** **(½ P)**	3,5 %	Variante 1: **0.035·(2+x)** **(1 P)**
	Variante 2: **20** **(2 P)**		Variante 2: **0.7** **(½ P)**

Variante 1:

$$0.035 \cdot (2 + x) = 0.7$$
$$0.7 = 0.07 + 0.035x$$
$$0.63 = 0.035x$$

x = **18 Liter Wasser**

Variante 2: Alternativer Lösungsweg durch Überlegung

Wenn 2 Liter Vollrahm 35 % Fett enthalten und die Mischung 3,5 % Fett enthalten soll, so muss die Menge der Mischung **20 Liter (2P)** betragen. Das heisst, dass man noch **18 Liter (1P)** fettfreies Wasser hinzufügen muss.

(Die Tabelle muss nicht vollständig ausgefüllt werden, um die volle Punktzahl zu bekommen.) **Total: 3P**

6 Punkte

Aufgabe 7

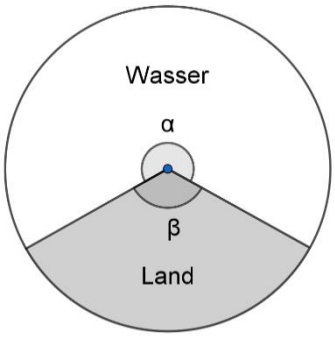
Die Oberfläche der Erde beträgt 510 Mio. km^2. Davon sind 361 Mio. km^2 mit Wasser bedeckt.

	Aufgabe a)		Aufgabe b)
Erdoberflächenanteil	Anteil in %	Anteil in km^2	Winkel im Kreisdiagramm
Wasserfläche	**70,8 %**	361'000'000	α = **255°**
Landfläche	**29,2 %**	**149'000'000**	β = **105°**

a) Berechne die Landfläche und die Anteile der Wasser- und der Landfläche an der gesamten Oberfläche. Trage die Resultate in die Tabelle ein.

siehe Tabelle → 1 P

b) In einem Kreisdiagramm sollen Land- und Wasserfläche graphisch dargestellt werden. Berechne die Winkel α und β, und trage die Resultate in die Tabelle ein.



siehe Tabelle → 1 P

c) Berechne die Anteile der einzelnen Ozeane. Ergänze die Tabelle entsprechend. Runde auf zwei Stellen nach dem Komma.

	Anteil in %	**Fläche in Mio. km^2**
Wasserflächen insgesamt	100 %	361
Pazifischer Ozean	**46,3 %**	167
Atlantischer Ozean	24%	**86,64**
Indischer Ozean	**20,7 %**	**74,73**
Übrige Ozeane	9%	32,49

je ½ P

4 Punkte

Aufgabe 8

a) Die Distanz von St. Gallen nach Zürich beträgt ungefähr 90 km. Eine Schnecke legt in einer Stunde etwa 3 Meter zurück. Wie viele Jahre bräuchte die Schnecke, um von St. Gallen nach Zürich zu kommen?

$$\frac{90'000\ \text{m}}{3\ \text{m/h}} = 30'000\ \text{Stunden}$$

30'000 Stunden sind **3.42… Jahre**

pro Zeile 1 P

b) Das Licht legt in einer Sekunde etwa 300'000'000 Meter zurück. Bis das Licht der Sonne zur Erde gelangt, dauert es etwa 8 Minuten. Wie viele Kilometer ist die Sonne von der Erde entfernt? Gib das Resultat in wissenschaftlicher Schreibweise an.

480 s · 300'000'000 m/s = 144'000'000'000 Meter

$1.44 \cdot 10^8$ km

pro Zeile 1 P

c) Die grössten je entdeckten Bakterien, die *Thiomargarita namibiensis*, können ein Volumen von etwa 0.22 mm^3 erreichen. Wie viele dieser Bakterien passen in eine Zündholzschachtel mit den Massen 3 cm x 1,1 cm x 5 cm?

$$\frac{30 \cdot 11 \cdot 50\ \text{mm}^3}{0.22\ \text{mm}^3} = \mathbf{75'000\ Bakterien}$$

2 P (1 P Abzug pro Fehler)

d) Die Bakterienart *Escherichia coli* ist eine Art, die ungefähr 1 Billionstel Gramm (also 10^{-12} g) wiegt und deren Population sich rasch vermehrt: Nach etwa 60 Minuten ist die Population auf das 10-fache gestiegen, nach 120 Minuten auf das 100-fache, nach 180 Minuten auf das 1000-fache, und so weiter.
Man geht von einem einzelnen Bakterium aus, das sich ausbreitet, und nimmt an, dass sich diese Population ungehindert vermehren kann. Wie schwer wäre die Population nach einem Tag? Gib die Antwort in Tonnen an.

Ein Tag hat 24 "Wachstumszyklen", in denen das Gewicht verzehnfacht wird. (½ P)

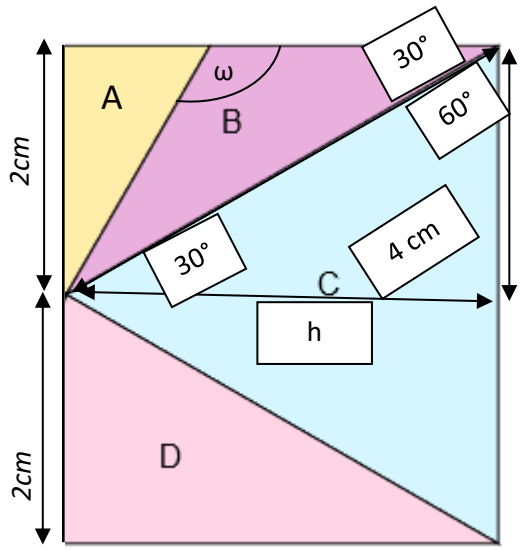
Das Gewicht steigt auf ungefähr $10^{-12}\ \text{g} \cdot 10^{24} = 10^{12}\ \text{g}$ (1 P)

Das sind ca. **1'000'000 Tonnen**. (½ P)

8 Punkte

Aufgabe 9

Im untenstehenden Rechteck sind vier Dreiecke eingezeichnet: Das Dreieck B ist gleichschenklig, das Dreieck C ist gleichseitig.



a) Berechne den eingezeichneten Winkel ω.

ω = **120°**

2 P

½ P für 60°-Winkel

½ P für 30° Winkel

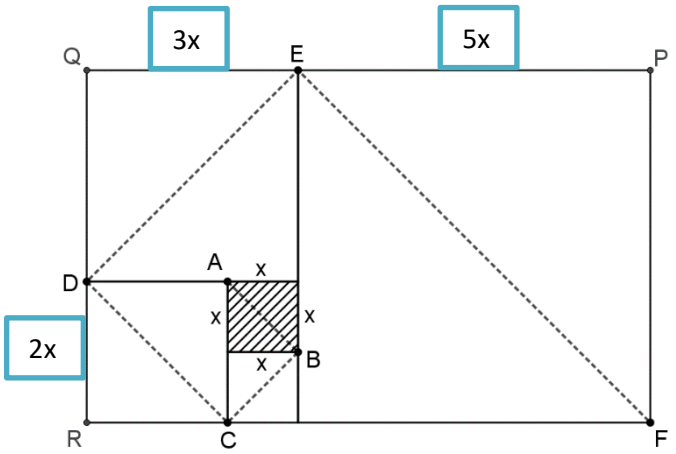
1 P für ω

b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks C.

Die Grundseite von B ist 4 cm lang.	½ P
Für die Höhe von C gilt: $h^2 + 2^2 = 4^2$	½ P
Die Höhe beträgt $\sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}\ cm \approx 3.464\ cm$	1 P
Der Flächeninhalt von C ist also $\frac{4 \cdot \sqrt{12}}{2} \approx \boldsymbol{6.93\ cm^2}$	1 P

Aufgabe 10

Das nebenstehende Rechteck besteht ausschliesslich aus Quadraten. Die Länge der kleinsten Quadratseite x beträgt 0,2 m.



a) Berechne den Umfang des Rechtecks FPQR.

Seitenlängen 2x, 3x, 5x	1P
Der Umfang beträgt 26x	½ P
Da x = 0.2 m, ist das Resultat **5,2 m**	½ P

b) Wie viel Prozent der Rechtecksfläche FPQR macht der Flächeninhalt des schraffierten Quadrats aus?

Flächen: $1x^2$, $1x^2$, $4x^2$, $9x^2$, $25x^2$	1P
Resultat: **2,5 %** der Gesamtfläche	1P

4 Punkte